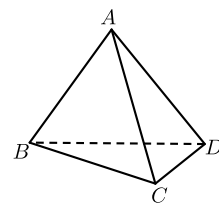


2018~2019学年天津南开区高一下学期期末数学试卷

一、选择题（本大题共10题，每小题3分，共计30分）

1. 已知向量 $\vec{a} = (2, x)$, $\vec{b} = (1, 4)$, 若 $\vec{a} \perp \vec{b}$, 则实数 x 的值为 ().
- A. 8 B. $\frac{1}{2}$ C. $-\frac{1}{2}$ D. -2
2. 已知直线 $a \parallel$ 平面 α , 直线 $b \subset$ 平面 α , 则 ().
- A. $a \parallel b$ B. a 与 b 异面 C. a 与 b 相交 D. a 与 b 无公共点
3. 直线 $\sqrt{3}x + y - 3 = 0$ 的倾斜角为 ().
- A. 30° B. 60° C. 120° D. 150°
4. 在 $\triangle ABC$ 中, D, E, F 分别 BC, CA, AB 的中点, 点 M 是 $\triangle ABC$ 的重心, 则 $\vec{MA} + \vec{MB} - \vec{MC}$ 等于 ().
- A. $\vec{0}$ B. $4\vec{MD}$ C. $4\vec{ME}$ D. $4\vec{MF}$
5. 设点 M 是 z 轴上一点, 且点 M 到 $A(1, 0, 2)$ 与点 $B(1, -3, 1)$ 的距离相等, 则点 M 的坐标是 ().
- A. $(-3, -3, 0)$ B. $(0, 0, -3)$ C. $(0, -3, -3)$ D. $(0, 0, 3)$
6. 已知直线 $3x + 4y - 3 = 0$ 与直线 $6x + my + 14 = 0$ 平行, 则它们之间的距离是 ().
- A. 8 B. 2 C. $\frac{17}{10}$ D. $\frac{17}{5}$
7. 如图, 空间四边形 $ABCD$ 中, 如 $AB = AD = AC = CB = CD = BD$, 则 AC 与 BD 所成角为 ().
- A. 90° B. 60° C. 45° D. 30°
8. 在 $\triangle ABC$ 中, 已知 $c^2 - a^2 = ba + b^2$, 则角 C 等于 ().
- A. 30° B. 60° C. 120° D. 150°
9. 正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, P, Q 分别是棱 AA_1 与 CC_1 的中点, 则经过 P, B, Q 三点的截面是 ().
- A. 菱形但不是正方形 B. 邻边不相等的平行四边形
- C. 矩形 D. 正方形
10. 已知 $\triangle ABC$ 是边长为1的等边三角形, 点 D, E 分别是 AB, BC 的中点, 连接 DE 并延长到点 F , 使得 $DE = 2EF$, 则 $\vec{AF} \cdot \vec{BC}$ 的值为 ().
- A. $\frac{11}{8}$ B. $\frac{1}{4}$ C. $\frac{1}{8}$ D. $-\frac{5}{8}$



二、填空题（本大题共5题，每小题3分，共计12分）

11. 圆 $x^2 + y^2 - 4x - 21 = 0$ 的半径为 _____ .

12. 棱长为2的正方体的顶点都在一个球的表面上，则这个球的表面积为 _____ .

13. 已知 $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = 1$, 若 $\vec{a}$, $\vec{b}$ 的夹角为 60° , 则 $|\vec{a} + 2\vec{b}| =$ _____ .

14. 经过点 $P(3, -1)$, 且在 x 轴上的截距等于在 y 轴上的截距的2倍的直线 l 的方程是 _____ .

15. $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 下列四个论断正确的是 _____ . (把你认为正确的论断的序号都写上)

①若 $\frac{\sin A}{a} = \frac{\cos B}{b}$, 则 $B = \frac{\pi}{4}$;

②若 $B = \frac{\pi}{4}$, $b = 2$, $a = \sqrt{3}$, 则满足条件的三角形共有两个;

③若 $a = 5$, $c = 2$, $S_{\triangle ABC} = 4$, 则 $\cos B = \frac{3}{5}$;

④若 $a + c = 2b$, $\sin A \sin C = \sin^2 B$, 则 $\triangle ABC$ 为正三角形.

三、解答题（本大题共5题，共计55分）

16. 已知直线 l_1 经过点 $(0, -2)$, $(\sqrt{3}, 1)$.

(1) 求直线 l_1 的方程.

(2) 若直线 $l_2: x + ay + 2 = 0$ 与 l_1 互相垂直, 求直线 l_2 与两坐标轴围成三角形的面积.

17. 已知 $|\vec{a}| = 1$, $|\vec{b}| = 2$, $(\vec{a} - 2\vec{b}) \cdot (7\vec{a} + 3\vec{b}) = -6$, $\vec{c} = m\vec{a} + 4\vec{b}$, $\vec{d} = 5\vec{a} + m\vec{b}$.

(1) 求 $\vec{a}$ 和 $\vec{b}$ 的夹角.

(2) 当 m 取何值时, $\vec{c}$ 与 $\vec{d}$ 共线?

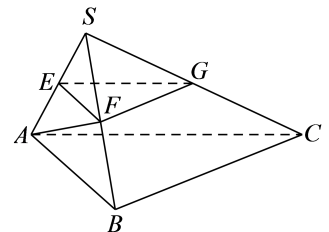
(3) 当 m 为何值时, $\vec{c}$ 与 $\vec{d}$ 垂直?

18. 在 $\triangle ABC$ 中, 内角 A, B, C 对边的边长分别是 a, b, c , 已知 $c = \sqrt{7}$, $C = \frac{\pi}{3}$.

(1) 若 $2\sin A = 3\sin B$, 求 a, b .

(2) 若 $\cos B = \frac{3\sqrt{10}}{10}$, 求 $\sin 2A$ 的值.

19. 如图, 在三棱锥 $S-ABC$ 中, 平面 $SAB \perp$ 平面 SBC , $AB \perp BC$, $AS = AB$. 过 A 作 $AF \perp SB$, 垂足为 F , 点 E, G 分别是侧棱 SA, SC 的中点. 求证:



(1) 平面 $EFG \parallel$ 平面 ABC .

(2) $BC \perp SA$.

20. 已知过点 $A(0, 1)$ 且斜率为 k 的直线 l 与圆 $C: (x-2)^2 + (y-3)^2 = 1$ 交于 M, N 两点.

(1) 求 k 的取值范围.

(2) $\overrightarrow{OM} \cdot \overrightarrow{ON} = 12$, 其中 O 为坐标原点 , 求 $|MN|$.